Сравнение корней

Первое, на что следует обратить внимание – это наличие множителей перед корнями. *Если перед корнями есть множители, то их необходимо внести под знак корня!*

Внимание! Знак минус можно вносить только под корень нечетной степени!

Второе, на что следует обратить внимание – это показатели корней! Если показатели корней разные, то корни необходимо *привести к одинаковым показателям*!

Для того, чтобы привести корни к одинаковым показателям, используют свойство корней:

$$\boxed{\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}}$$

После того, как множители перед корнями внесены под знак корня, а показатели корней одинаковые можно приступить к сравнению корней:

Тот корень больше, подкоренное выражение которого больше!

Рассмотрим на примере.

Пример 1. Сравнить корни:

$$\sqrt{5} \text{ и } \sqrt[3]{10}.$$

Проверяем первое условие – перед корнями нет множителей.

Проверяем второе условие – показатели корней разные, следовательно, необходимо их сделать одинаковыми. Сначала подумаем, к какому показателю будем приводить. Очевидно, что нам подходит число 6.

$\sqrt{5} = \sqrt[6]{5^3} = \sqrt[6]{125}$

$\sqrt[3]{10} = \sqrt[6]{10^2} = \sqrt[6]{100}.$

Теперь осталось сравнить два числа $\sqrt[6]{125}$ и $\sqrt[6]{100}$.

Ясно, что $125 > 100$, а значит, и $\sqrt[6]{125} > \sqrt[6]{100}$ и, стало быть, $\sqrt{5} > \sqrt[3]{10}$.

Пример 2. Сравнить корни:

$$2\sqrt{3} \text{ и } 3\sqrt[4]{2}.$$

Проверяем первое условие – перед корнями есть множители, следовательно, вносим их под знак корня.

$2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12}$

$3\sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 2} = \sqrt[4]{81 \cdot 2} = \sqrt[4]{162}$

Проверяем второе условие – показатели корней разные, следовательно, необходимо их сделать одинаковыми. Сначала подумаем, к какому показателю будем приводить. Очевидно, что нам подходит число 4.

Число $\sqrt[4]{162}$ уже и так приведено и уже готово для сравнения. А вот $\sqrt{12}$ преобразуем:

$\sqrt{12} = \sqrt[4]{12^2} = \sqrt[4]{144}$.

Вот теперь всё и прояснилось: $144 < 162$, поэтому $\sqrt[4]{144} < \sqrt[4]{162}$.

А это значит, что $2\sqrt{3} < 3\sqrt[4]{2}$.

Решаем в классе: Сравните корни:

1) $-2\sqrt[6]{3}$ и $-\sqrt[6]{190}$

2) $\sqrt[3]{10}$ и $\sqrt[5]{20}$

3) $\sqrt[5]{2046}$ и $4\sqrt[5]{2}$

4) $\sqrt[5]{5} \cdot \sqrt[5]{4}$ и $\sqrt[5]{9} \cdot \sqrt[5]{3}$

5) $5\sqrt{0{,}002}$ и 1

6) $\sqrt[4]{10}$ и $\sqrt{90}$