

Понятие синуса, косинуса, тангенса и котангенса.

В школе вы уже познакомились с определениями основных тригонометрических функций — синуса, косинуса, тангенса и котангенса.

Но эти определения были основаны на сторонах прямоугольного треугольника и их соотношениях. И тригонометрические функции вы рассматривали только для нескольких стандартных углов. А именно: 30° , 45° и 60° .

С введением тригонометрической окружности все ограничения на углы отпадают.

На прошлом занятии мы откладывали углы на тригонометрической окружности и искали координаты x и y для точки. Так вот эти координаты и есть ни что иное, как синус и косинус заданного угла.

Определения:

Синус угла α — это координата y точки на тригонометрической окружности, которая возникает при повороте на угол α .

Косинус угла α — это координата x точки на тригонометрической окружности, которая возникает при повороте на угол α .

Тангенс угла α — это отношение синуса к косинусу этого угла, т.е. $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$.

Котангенс угла α — это отношение косинуса к синусу этого угла, т.е. $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$.

Таким образом, чтобы найти синус угла α , необходимо сначала на тригонометрической окружности отложить угол α , а затем опустить перпендикуляр на ось y , т.е. найти координату y полученной точки.

Пример1.

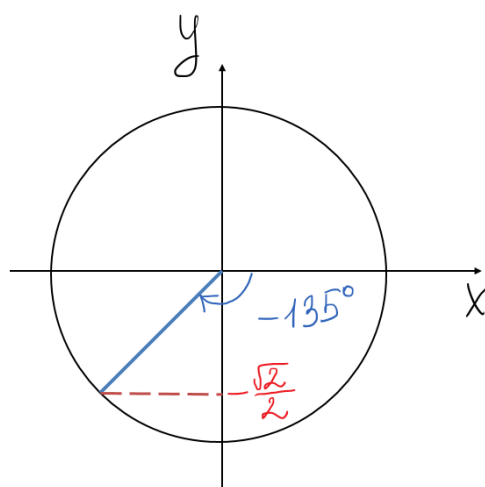
Найдем $\sin(-135^\circ)$.

На тригонометрической окружности отложили угол -135° (в обратном направлении, т.к. угол отрицательный).

Затем опустили перпендикуляр на ось y .

Таким образом,

$$\sin(-135^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$



Пример 2.

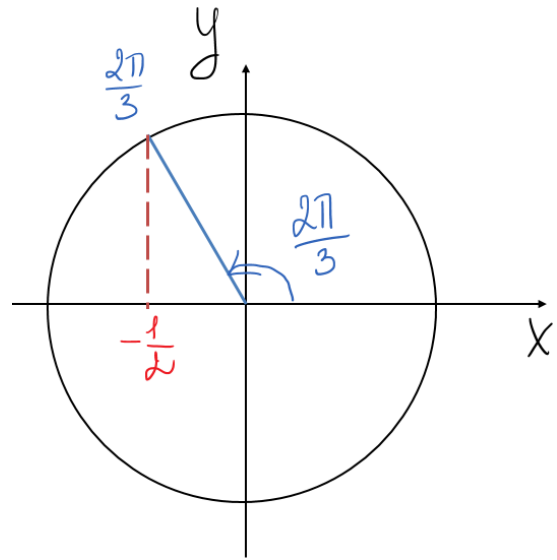
Найдем $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

На тригонометрической окружности отложили угол $\frac{2\pi}{3}$.

Затем опустили перпендикуляр на ось x.

Таким образом,

$$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$$



Пример 3.

Найдем $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$.

Т.к. тангенс – это отношение синуса к косинусу заданного угла, то необходимо сначала найти $\sin \frac{\pi}{3}$, а затем $\cos \frac{\pi}{3}$.

Помним, что синус – это координата y

$$\Rightarrow \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Помним, что косинус – это координата x

$$\Rightarrow \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

Теперь можем найти тангенс:

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{1} = \sqrt{3}$$

Ответ: $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$

